

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x + \frac{x^2}{2}$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0; +\infty)$.

5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

5p c) Să se determine intervalele de convexitate și intervalele de concavitate ale funcției f .

2. Se consideră funcția $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (1+x)^n$, $n \in \mathbb{Z}^*$.

5p a) Pentru $n = 2$ să se calculeze $\int_1^2 f(x) dx$.

5p b) Pentru $n = -1$ să se determine $a \in [0; +\infty)$ astfel încât $\int_0^a f(x) dx = 0$.

5p c) Să se calculeze $\int_0^1 f'(x)f(x) dx$.