

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + \sqrt{x}$ .

5p a) Să se calculeze  $f'(x)$ ,  $x \in (0, +\infty)$ .

5p b) Să se arate că funcția  $f$  este crescătoare pe  $(0, +\infty)$ .

5p c) Să se determine coordonatele punctului graficului funcției  $f$ , în care tangenta la grafic are panta egală cu  $\frac{3}{2}$ .

2. Se consideră funcția  $f : [0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$ .

5p a) Să se verifice că  $\int (x+1)(x+2)f(x)dx = x^2 + 3x + C$ ,  $x \geq 0$ .

5p b) Să se calculeze  $\int_0^1 f(x) dx$ .

5p c) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$ , a graficului funcției  $h : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = f(x) - f(x+1) - \frac{1}{x+1}$ .