

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+3}{x^2+1}, & x \leq 1 \\ \frac{2x+a}{x^2+2}, & x > 1 \end{cases}$, unde $a \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se determine numărul real a astfel încât funcția f să fie continuă în punctul $x_0 = 1$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $-\infty$ la graficului funcției f .

5p c) Să se determine numărul real a astfel încât panta tangentei la grafic în punctul $(2; f(2))$ să fie egală cu 1.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{x^2}$.

5p a) Să se verifice că $\int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = e - 1$.

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 x f(x) dx$.

5p c) Să se demonstreze că $1 \leq \int_0^1 f(x) dx \leq e$.