

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = \frac{x+1}{2x\sqrt{x}}$, pentru orice $x \in (0; +\infty)$.

5p b) Să se arate că $2009\sqrt{2011} \leq 2010\sqrt{2010}$.

5p c) Să se arate că funcția f nu are asimptotă către $+\infty$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 2, & x < 1 \\ (x+1)\ln x, & x \geq 1 \end{cases}$.

5p a) Să se arate că funcția f admite primitive pe \mathbb{R} .

5p b) Să se verifice că $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{7}{6}$.

5p c) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției

$$h : [1; e] \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = \frac{f(x)}{x+1}.$$