

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 3) \ln x$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0, +\infty)$.

5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

5p c) Să se demonstreze că funcția f este convexă pe $(0, +\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $F, f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x \cdot e^x$ și $f(x) = (x + 1)e^x$.

5p a) Să se verifice că funcția F este o primitivă a funcției f .

5p b) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției F , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.

5p c) Să se calculeze $\int_0^1 \frac{F(x) - f(x)}{e^x + 1} dx$.