

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2^x + 3^x$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se determine asimptota spre $-\infty$ a funcției f .

5p c) Să se arate că funcția f este convexă pe \mathbb{R} .

2. Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{x^n}{x+1}$.

5p a) Să se calculeze $\int_0^{\frac{1}{2}} (x+1) \cdot f_2(x) dx$.

5p b) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f_1 , axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p c) Să se arate că $\int_0^1 f_{2009}(x) dx \leq \ln 2$.