

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$, pentru orice $x > 0$.

5p b) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(1; -1)$.

5p c) Să se arate că $f(x) \geq -1$, pentru orice $x > 0$.

2. Se consideră funcția $f_a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_a(x) = ax + 1$, unde $a \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât funcția $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2 + x + 1$ să fie o primitivă a funcției f_a .

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 e^x f_1(x) dx$.

5p c) Să se demonstreze că $\int_0^1 f_a^2(x) dx \geq \frac{1}{4}$ pentru orice $a \in \mathbb{R}$.