

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-3)\sqrt{x}$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = \frac{3x-3}{2\sqrt{x}}$, pentru orice $x > 0$.

5p b) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(1; -2)$.

5p c) Să se demonstreze că $x + \frac{2}{\sqrt{x}} \geq 3$ pentru orice $x > 0$.

2. Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = e^{x^n}$.

5p a) Să se determine $\int f_1(x) dx$.

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 x \cdot f_1(x) dx$.

5p c) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x \cdot f_3(x)$.