

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

5p a) Să se calculeze $f'(x)$, unde $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.

5p c) Să se demonstreze că funcția f este crescătoare pe \mathbb{R} .

2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

5p a) Să se determine $\int f(x) dx$, unde $x > 0$.

5p b) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $g(x) = f(x)$, $x \in [1, 2]$.

5p c) Să se calculeze $\int_1^e f(x) \ln x dx$.