

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{e^x}$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = \frac{-x^2 + 3x - 2}{e^x}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Să se arate că $f(x) \geq \frac{1}{e}$ pentru orice $x \leq 2$.

2. Se consideră funcția $f: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x+2}$.

5p a) Să se determine $\int f^2(x) dx$.

5p b) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p c) Folosind, eventual, faptul că $\sqrt{x+2} \leq \sqrt{3}$ pentru orice $x \in [0,1]$, să se arate că $\int_0^1 x^{2009} f(x) dx \leq \frac{\sqrt{3}}{2010}$.