

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$, pentru orice $x > 0$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei oblice la graficul funcției f .

5p c) Să se arate că funcția f este convexă pe $(0, +\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f, g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x$ și $g(x) = e^x + e^{-x}$.

5p a) Să se determine $\int f(x) dx$.

5p b) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $h : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $h(x) = x f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.

5p c) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției g .