

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 3x + 1$ .

5p a) Să se calculeze  $f'(1)$ .

5p b) Să se determine intervalele de convexitate și intervalele de concavitate ale funcției  $f$ .

5p c) Să se arate că  $f(x) \leq 3$ , pentru orice  $x \leq 2$ .

2. Se consideră funcțiile  $f, F : (0; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$  și  $F(x) = x + \frac{1}{x}$ .

5p a) Să se verifice că funcția  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .

5p b) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 1$  și  $x = 2$ .

5p c) Să se calculeze  $\int_1^e F(x) \cdot \ln x \, dx$ .