

SUBIECTUL III (30p)

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

5p a) Să se calculeze $f'(1)$.

5p b) Să se determine intervalele de concavitate și intervalele de convexitate ale funcției f .

5p c) Să se arate că $f(x) \geq 0$, pentru orice $x \geq -\frac{1}{2}$.

2. Se consideră funcțiile $f, g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x$ și $g(x) = e^{1-x}$.

5p a) Să se determine mulțimea primitivelor funcției f .

5p b) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției $h: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = x \cdot f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.

5p c) Să se arate că $\int_0^{\frac{1}{2}} (g(x) - f(x)) dx \geq 0$.