

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x}{x}$ .

5p a) Să se verifice că  $f'(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2}$ , pentru orice  $x > 0$ .

5p b) Să se determine asimptota verticală la graficul funcției  $f$ .

5p c) Să se demonstreze că  $e^x \geq ex$ , pentru orice  $x > 0$ .

2. Fie funcția  $f : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + \frac{2}{x}$ .

5p a) Să se determine mulțimea primitivelor funcției  $f$ .

5p b) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$ , a graficului funcției  $f$ .

5p c) Să se calculeze  $\int_1^2 f(x) \cdot \ln x \, dx$ .