

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 + 1)e^x - 1$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = (x+1)^2 \cdot e^x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $O(0;0)$.

5p c) Să se determine ecuația asimptotei către $-\infty$ la graficul funcției f .

2. Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{x^n}{\sqrt{x+1}}$.

5p a) Să se determine $\int f_1(x) \cdot \sqrt{x+1} dx$.

5p b) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox , a graficului funcției f_1 .

5p c) Folosind, eventual, faptul că $\sqrt{x+1} \geq 1$, oricare ar fi $x \in [0;1]$, să se arate că $\int_0^1 f_{2009}(x) \leq \frac{1}{2010}$.