

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \cdot e^x$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = (x+1) \cdot e^x$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se determine intervalele de convexitate și intervalele de concavitate ale funcției f .

5p c) Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $-\infty$ la graficul funcției f .

2. Pentru fiecare $n \in \mathbb{N}^*$ se consideră funcțiile $f_n: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{x^n + x + 2}{x+1}$.

5p a) Să se determine $\int x \cdot f_1(x) dx$.

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 f_2(x) dx$.

5p c) Să se arate că aria suprafeței plane, cuprinse între graficul funcției f_{2008} și axa Ox și dreptele $x=0$ și $x=1$, este mai mică sau egală cu 2.