

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$, pentru orice $x > 1$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei oblice către $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Să se arate că $f(\sqrt[3]{2}) \geq f(\sqrt[3]{3})$.

2. Se consideră funcțiile $f, g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 - x$ și $g(x) = \sqrt{1 - x}$.

5p a) Să se determine $\int f(x) dx$.

5p b) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției g , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = 1$.

5p c) Să se calculeze $\int_{\frac{1}{e}}^1 f(x) \cdot \ln x dx$.