

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ .

5p a) Să se verifice că  $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ , pentru orice  $x > 0$ .

5p b) Să se determine ecuația asimptotei orizontale către  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .

5p c) Să se arate că  $f(2008) \geq f(2009)$ .

2. Se consideră funcția  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$ .

5p a) Să se determine  $\int f(x) dx$ .

5p b) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției  $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{f^2(x)}{x^2 + 1}$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$ .

5p c) Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$ , a graficului funcției

$h : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = e^{\frac{x}{2}} \cdot f(x)$ , unde  $x \in [0, 1]$ .