

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$.

5p a) Să se verifice că $f'(x) = \frac{2x^2 - 2}{(x^2 + x + 1)^2}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se determine ecuația asimptotei orizontale către $+\infty$ la graficul funcției f .

5p c) Să se arate că $f(\sqrt[3]{2009}) \leq f(\sqrt[3]{2010})$.

2. Fie funcția $f: [1, e] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln x$.

5p a) Să se determine $\int f'(x) dx$.

5p b) Să se calculeze aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 1$ și $x = e$.

5p c) Să se arate că $\int_1^e e^x f(x) dx \leq e^e - e$.