

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$ .

5p a) Să se verifice că  $f'(x) = \frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$ , pentru orice  $x > 1$ .

5p b) Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul  $A(2; e^2)$ .

5p c) Să se demonstreze că  $f(x) \geq e^2$ , pentru orice  $x > 1$ .

2. Pentru fiecare  $n \in \mathbb{N}^*$  se consideră funcțiile  $f_n : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \sqrt{x^n + 4x}$ .

5p a) Să se verifice că  $\int_1^4 f_1(x) dx = \frac{14\sqrt{5}}{3}$ .

5p b) Să se calculeze  $\int_1^4 \frac{x+2}{f_2^2(x)} dx$ .

5p c) Să se determine volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$ , a graficului funcției  $g : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = \frac{1}{f_2(x)}$ .