

**SUBIECTUL III (30p)**

1. Se consideră funcția  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ .

5p a) Să se verifice că  $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$ , pentru orice  $x > 0$ .

5p b) Să se determine ecuația asimptotei oblice către  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .

5p c) Să se arate că funcția  $f$  este convexă pe  $(0, +\infty)$ .

2. Pentru fiecare  $n \in \mathbb{N}$  se consideră funcțiile  $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = (x^{n+1} + 1) \cdot e^x$ .

5p a) Să se determine  $\int_0^1 f_0(x) \cdot e^{-x} dx$ .

5p b) Să se determine aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției  $f_1$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$ .

5p c) Să se arate că  $\int_0^1 f_{2008}(x) dx + \int_0^1 f_{2010}(x) dx \geq 2 \int_0^1 f_{2009}(x) dx$ .